

Continuo fluido in movimento

Due possibili approcci:

- lagrangiano: segue una particolare particella:

$$F = B(X, t)$$

- euleriano: mi concentro su un punto spaziale,

$$F = A(x, t)$$

Due diverse derivate:

- derivata lagrangiana materiale o totale:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial B(X, t)}{\partial t} \Big|_{X=\text{cost}}$$

- derivata euleriana o locale:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial A(x, t)}{\partial t} \Big|_{x=\text{cost}}$$

Notando le limitazioni della funzione F e che pertanto è possibile esprimere la x come funzione di X e viceversa, calcoliamo la derivata totale:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F(f_k(x, t), t)}{\partial t} \Big|_{x=\text{cost}} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial f_1} \cdot \frac{df_1}{dt} + \frac{\partial F}{\partial f_2} \cdot \frac{df_2}{dt} + \frac{\partial F}{\partial f_3} \cdot \frac{df_3}{dt}$$

Considerando che $x_k = f_k(x, t)$, $k=1,2,3$:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_3} \cdot \frac{\partial x_3}{\partial t} = \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_1} \cdot v_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \cdot v_2 + \frac{\partial F}{\partial x_3} \cdot v_3 = \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla F \end{aligned}$$

Per la velocità:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \underline{v}, \quad \underline{v} \cdot \nabla \underline{v} \text{ accelerazione convettiva}$$