

Descrizione fisica delle condizioni in pressione.

Partendo da equazioni:  
di continuità

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial S} = 0$$

di moto

$$\frac{\partial H}{\partial S} = -\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{C}{R_i}$$

Con  $R_i = \frac{R}{B}$  raggio idraulico. Se il moto è stazionario  
è anche  $\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$  puramente dissipativo:

$$\frac{\partial Q}{\partial S} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial S} = -j$$

$$\Rightarrow Q = U R = \text{cost}$$

Con tubo pieno il contenuto bagnato è  $\pi D$  e il raggio idraulico:



$$R_i = \frac{R}{B} = \frac{\pi D^4/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

$C$  dipende da:

$$C = f(p, U, \nu, L R_i, y_R, \Sigma f_i)$$

Con  $y_R$  robustezza,  $\Sigma f_i$  parametro di forma. Si deve adimensionalizzare con  $(p, U, L R_i)$ :

$$\frac{C}{\rho U^2} = f_1 \left( \frac{L R_i U}{\nu}, \frac{y_R}{L R_i}, \Sigma f_i \right)$$

$$Re = \frac{L R_i U}{\nu}$$

$$\Sigma = y_R / L R_i$$

Inoltre:

$$j = \frac{\rho U^2 f_1}{\rho g R_i} = \frac{U^2}{2g} \cdot \frac{\Delta f_1}{L R_i} = \frac{U^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{L R_i}$$

Con il coefficiente di resistenza,  $\lambda = \lambda(Re, \Sigma)$

Il valore di  $\lambda$  si ottiene dal diagramma di Moody.

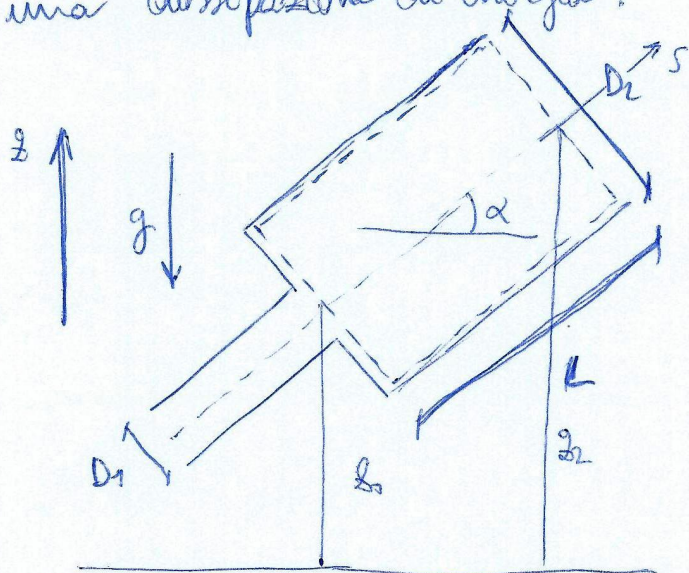
Con la legge di Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\Sigma}{3.71} \right)$$

Se  $Re \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\Sigma}{3.71} \right)$ . Il regime è turbolento  
lento scabro (o legge dei tubi scabri).

## Burco allargamento

Quando la sezione del tubo si allarga bruscamente avviene una dissipazione di energia:



Quantità di moto:

$$\underline{I} + \underline{M_u} - \underline{M_s} = \underline{G} + \underline{\pi}$$

Su S:

$$\cancel{I_s} + M_{us} - M_{ss} = G_s + \pi_s$$

Usando  $Q = V_1 \Omega_1 = V_2 \Omega_2$ :

$$M_{us} = \rho Q V_2 = \rho \Omega_2 V_2^2$$

$$M_{ss} = \rho Q V_1 = \rho \Omega_1 V_1^2$$

$$G_s = -\gamma \Omega_2 L \sin \alpha = -\gamma \Omega_2 L \frac{z_2 - z_1}{L} = -\gamma \Omega_2 (z_2 - z_1)$$

$$\pi_s = P_1 \Omega_2 - P_2 \Omega_2$$

Quindi:

$$\rho \Omega_2 V_2^2 - \rho \Omega_1 V_1^2 = -\gamma \Omega_2 (z_2 - z_1) + P_1 \Omega_2 - P_2 \Omega_2 \quad / \quad \frac{1}{\rho \Omega_2}$$

$$\Rightarrow z_2 - z_1 + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2}{g} - \frac{V_1^2}{g} \frac{\Omega_1}{\Omega_2}$$

$$\Rightarrow z_1 + \frac{P_1}{\gamma} - \left( z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) = \frac{V_2^2}{g} - \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \frac{V_1^2}{g} = \frac{V_2^2}{g} - \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \frac{V_1^2 \Omega_2^2}{\Omega_2^2 g}$$

$$\Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{V_2^2}{g} \left( 1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) = \frac{V_1^2}{g} \left( \frac{\Omega_1^2}{\Omega_2^2} - \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \right)$$

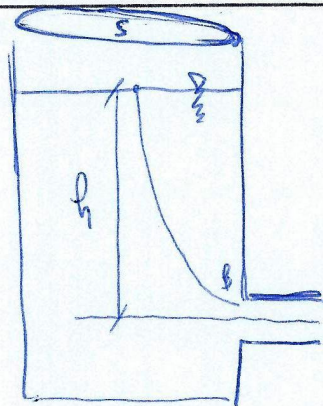
Se ha  $\Omega_2 > \Omega_1 \Rightarrow \frac{\Omega_2}{\Omega_1} > 1 \Rightarrow 1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1} < 0 \Rightarrow h_1 - h_2 < 0 \Rightarrow h_2 > h_1$ .

Parliamo del carico presometrico, non di quello totale. Per questo  $h_2 > h_1$ . Parliamo al totale:

$$\begin{aligned} H_1 - H_2 &= h_1 - h_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = h_1 - h_2 + \frac{V_2^2 \cdot \Omega_2^2}{2g \cdot \Omega_1^2} - \frac{V_2^2}{2g} = \\ &= \frac{V_2^2}{g} - \frac{V_2^2}{g} \frac{\Omega_2}{\Omega_1} + \frac{V_2^2 \Omega_2^2}{2g \Omega_1^2} - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_2^2}{g} \left( 1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1} + \frac{\Omega_2^2}{2\Omega_1^2} \right) = \\ &= \frac{V_2^2}{2g} \cdot \left( 1 - \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)^2 = \frac{V_1^2}{2g} \left( \frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1 \right)^2 \end{aligned}$$

Finalmente  $H_2 < H_1$ . Se  $\Omega_2 \rightarrow \infty \Rightarrow \left( \frac{\Omega_1}{\Omega_2} - 1 \right)^2 \rightarrow 1$

# Instantaneus serbatoio



$$H_A = H_B$$

$$H_A = h$$

$$H_B = \frac{v_B^2}{2g}$$



$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

velocità  
buccelliana

In realtà il fluido non occupa  
tutta la sezione  $c$ .

Si vuole una formula corretta:

$$Q = v_B \cdot \Omega = v_B \cdot c_c w = \sqrt{2gh} \cdot c_c w$$

Nel tempo:

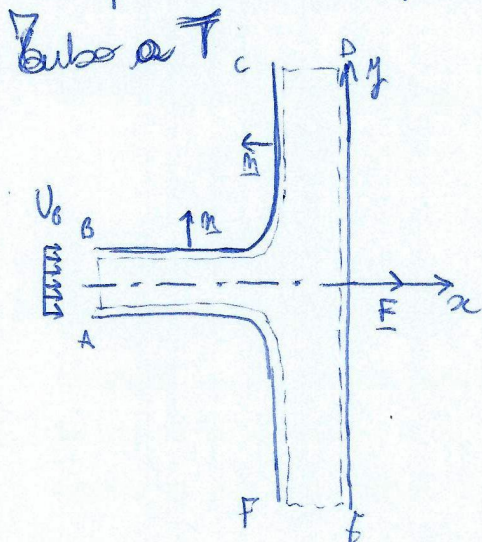
$$Q db = -dh S \Rightarrow c_c w \sqrt{2gh} db = -dh S$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = - \frac{c_c w \sqrt{2g}}{S} dt$$

Integrando:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{\sqrt{h}} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{c_c w \sqrt{2g}}{S} db \Rightarrow (t_2 - t_1) = \frac{-2S}{c_c w \sqrt{2g}} (\sqrt{h_2} - \sqrt{h_1})$$

Tempo necessario perché il serbatoio si svuoti cioè  $dh = 0$ .



$$\underline{I} + \underline{M}_u - \underline{M}_w = \underline{G} + \underline{W}$$

$$\text{Lungo } x: I_x + M_{ux} - M_{wx} = G_x + W_x$$

Se il moto è stazionario:

$$I_x = 0 \quad G_x = \int \rho v_x dx = 0$$

$$M_{ux} = \int \rho v_0^2 dx = \rho b^2 \Omega \quad M_{wx} = 0$$

$$W_x = -F$$

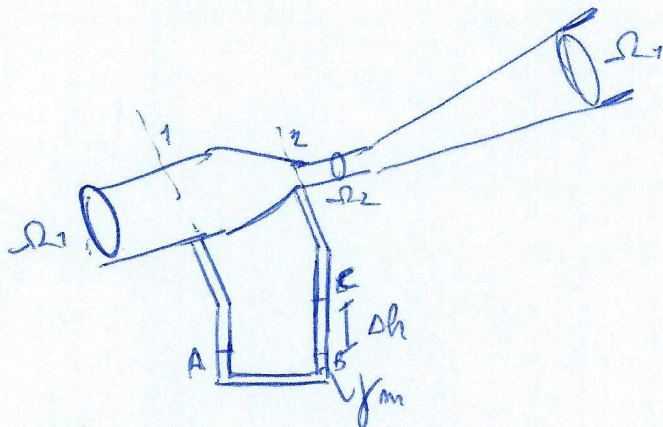
Per cui:

$$-\rho v^2 \Omega = -F$$

$$\Rightarrow F = \rho v^2 \Omega$$

## Il venturmetro

È uno strumento che consente di misurare la portata che fluisce in un condotto:



$$H_1 = H_2$$

$$H_1 = h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$H_2 = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

Abbiamo quindi:

$$H_1 - H_2 = h_1 - h_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) = h_1 - h_2 \Rightarrow Q = \frac{A_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{\sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}}$$

Con  $C_v = \left( \sqrt{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}} \right)^{-1}$  coefficiente di raccoglimento. Inoltre:

$$\begin{aligned} h_1 - h_2 &= h_A - h_C \Rightarrow h_1 - h_2 = h_A - h_C = z_A + \frac{p_A}{\gamma} - z_C - \frac{p_C}{\gamma} = \\ &= -\Delta h + \frac{1}{\gamma} (p_A - p_C) = -\Delta h + \frac{\gamma_m}{\gamma} \Delta h = \\ &= \Delta h \left( \frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right) \end{aligned}$$

Allora:

$$Q = C_v A_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = C_v A_2 \sqrt{2g \Delta h \left( \frac{\gamma_m}{\gamma} - 1 \right)}$$

Caso particolare degli strumenti che funzionano (come il venturmetro) in base alla legge:

$$Q = C_v A_2 \sqrt{2g \cdot \frac{\Delta p}{\gamma}}$$